

## **La modelación matemática y su impacto en el estudio del flujo sanguíneo en seres humanos.**

*Mathematical modeling and its impact on the study of blood flow in humans.*

Ramón Abel Ortega-Díaz<sup>1</sup>, Odalis Sánchez Gonzalez<sup>2</sup>, Mabel Vera Estrada<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad Central "María Abreu" de Las Villas, Facultad de Matemática, Física y Computación. E-mail:[ortegadiazramonabel@gmail.com](mailto:ortegadiazramonabel@gmail.com), <https://orcid.org/000-0003-4651-2135>

<sup>2</sup>Universidad de Ciencias Médicas de Villa Clara, Facultad Enfermería y Tecnologías de la Salud. E-mail: [odalisssg2017@nauta.cu](mailto:odalisssg2017@nauta.cu), <https://orcid.org/000-0003-4858-5987>

<sup>3</sup>Universidad de Ciencias Médicas de Villa Clara, Facultad Enfermería y Tecnologías de la Salud. E-mail: [mabelveraestrada@gmail.com](mailto:mabelveraestrada@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0002-2051-0257>

Corresponding author: [ortegadiazramonabel@gmail.com](mailto:ortegadiazramonabel@gmail.com)

### **RESUMEN**

La modelación matemática es una herramienta fundamental en la comprensión de procesos fisiológicos complejos como el flujo sanguíneo. En este artículo se exploran los enfoques matemáticos utilizados para modelar el comportamiento del flujo sanguíneo en el sistema arterial humano. Se presentan ejemplos de modelos que describen la dinámica del flujo en condiciones normales y patológicas, proporcionando conocimientos sobre la mecánica de fluidos en el cuerpo humano. Se destacan las aplicaciones clínicas de estos modelos en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades cardiovasculares. Finalmente, se discuten las limitaciones y futuras direcciones de investigación en este campo.

Palabras claves: Modelación, problemas, flujo sanguíneo.

### **ABSTRACT**

Mathematical modeling is a crucial tool for understanding complex physiological processes such as blood flow. This paper explores the mathematical approaches used to model blood flow dynamics in the human arterial system. Examples of models describing flow behavior under both normal and pathological conditions are presented, providing insights into the fluid mechanics of the human body. The clinical applications of these models in diagnosing and treating cardiovascular diseases are highlighted. Finally, limitations and future research directions in this field are discussed.

Keywords: Modeling, problems, blood flow.

## **INTRODUCCIÓN**

Los modelos matemáticos son una fuerte herramienta para la resolución de problemas que tengan relación con la futura profesión a ejecutar por nuestros estudiantes.

Un modelo matemático es una representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas de la relación entre dos o más variables.

El estudio del flujo sanguíneo es esencial para entender la fisiología cardiovascular y la dinámica de fluidos en el cuerpo humano. La circulación de la sangre es un proceso complejo que involucra interacciones entre la biomecánica del sistema cardiovascular, las propiedades viscoelásticas de las paredes arteriales y la dinámica del fluido. Para comprender mejor cómo el flujo sanguíneo se comporta en condiciones normales y patológicas, los investigadores han recurrido a modelos matemáticos que representan estos fenómenos.

Los modelos matemáticos permiten simular y predecir comportamientos que serían difíciles de observar directamente en experimentos, y son herramientas esenciales en la medicina moderna. Estos modelos no solo ayudan a estudiar el flujo sanguíneo en las arterias, sino también en la predicción de enfermedades cardiovasculares y en la planificación de intervenciones quirúrgicas. A través de la modelación matemática, se pueden explorar distintos escenarios y mejorar los tratamientos médicos mediante la personalización de las terapias basadas en simulaciones precisas. Es importante que los estudiantes comprendan con claridad como las herramientas matemáticas les permiten analizar un fenómeno o crear un modelo matemático nuevo para reflejar la realidad de su entorno, o sea, que pueden utilizar de manera acertada y consciente las matemáticas en la solución de problemas utilizando además el software existente.

**El objetivo general del trabajo es:** Analizar y aplicar modelos matemáticos en el estudio del flujo sanguíneo humano para mejorar la comprensión de los procesos hemodinámicos y apoyar la toma de decisiones clínicas.

Objetivos específicos:

1. Revisar los fundamentos teóricos de la dinámica de fluidos aplicadas al sistema circulatorio.
2. Presentar diferentes modelos matemáticos del flujo sanguíneo.
3. Analizar aplicaciones prácticas en arterias, aneurismas y válvulas cardíacas.

## **MÉTODO**

En esta investigación cuyo objeto de estudio es la utilización de modelos matemáticos para integrar conocimientos en carreras de perfil biológico y propiciar con su uso la mejor formación de estudiantes, profesores y personal de la salud, se asume como método general de la ciencia el materialista dialéctico, a partir de la interrelación sistemática entre los hechos y fenómenos de la realidad.

Se adopta un enfoque mixto donde prevalece lo cualitativo por las características del problema y objetivos de la investigación.

En este sentido se centra en la indagación de los hechos y su comprensión en las complejas interrelaciones que se dan en la realidad en el contexto sociocultural en que interactúan los sujetos, descubriendo contradicciones, transitando de lo particular a lo general e inversamente y asumiendo la práctica como criterio de la verdad.

El estudio se realiza en la Facultad de Tecnología de la Salud de la Universidad de Ciencias Médicas y en la Universidad Central de Las Villas de Villa Clara , Cuba, en el período comprendido del 2022 al 2025.

Para el desarrollo de la investigación y en correspondencia con el problema, el objeto y el campo investigado, fueron seleccionadas intencionalmente la carrera de Licenciatura, lo cual estuvo condicionado por ser los investigadores profesores del colectivo de asignatura de Matemática en estas carreras.

## **DESARROLLO**

Modelos Matemáticos en el Flujo Sanguíneo

### 1. Modelo de flujo laminar en arterias grandes

El flujo sanguíneo en grandes arterias, como la aorta, puede describirse mediante la ecuación de Navier-Stokes en un flujo laminar. El modelo de flujo laminar es adecuado cuando el flujo es suave y las partículas de sangre se mueven en capas paralelas sin mezclarse entre sí. La ecuación de Navier-Stokes se utiliza para calcular la velocidad del fluido en función de la presión aplicada y las características de las arterias. En este tipo de flujo, el perfil de velocidad sigue una distribución de Poiseville, donde la velocidad máxima se encuentra en el centro de la arteria y disminuye hacia las paredes debido a la fricción.

Este modelo permite estudiar la relación entre el volumen de sangre bombeado por el corazón y la presión arterial en diferentes condiciones. Los médicos pueden usar este tipo de modelos para prever cómo la arteria reacciona ante cambios como el endurecimiento de las arterias (arteriosclerosis) o la obstrucción debido a placas de colesterol.

Ecuación de Navier-Stokes (simplificada para flujo laminar):

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial T} + (V \cdot \nabla) V \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + f$$

Donde:

$\rho$  : Densidad de la sangre.

$V$ : Campo de velocidad.

$p$ : Presión.

$\mu$  : Viscosidad dinámica de la sangre.

$F$ : Fuerza externa (por ejemplo, gravedad).

### 2. Modelo de flujo turbulento en arterias pequeñas y bifurcaciones

En arterias más pequeñas o cuando hay bifurcaciones, el flujo sanguíneo puede volverse turbulento. Este comportamiento se describe mediante la ecuación de Navier-Stokes, pero con condiciones de inestabilidad que causan fluctuaciones en la velocidad y la dirección del flujo. El modelo de Reynolds número alto es útil para este tipo de análisis, ya que el número de Reynolds determina si el flujo será laminar o turbulento.

Las bifurcaciones arteriales son comunes en el sistema circulatorio y afectan la distribución del flujo sanguíneo en todo el cuerpo. Estos modelos matemáticos permiten predecir el comportamiento de las arterias durante condiciones patológicas como los aneurismas, donde la turbulencia del flujo puede contribuir al debilitamiento de las paredes arteriales.

Reynolds Número (Re):

$$R_e = \rho \frac{V \cdot D}{\mu}$$

Donde:

V: Velocidad del fluido.

D: Diámetro de la arteria.

$\rho$  : Densidad de la sangre.

$\mu$  : Viscosidad de la sangre.

- George Gabriel Stokes : (Irlanda, 1819-1903, Describió el movimiento de los fluidos viscosos y formuló la ley de Stokes, fundamental para entender la resistencia al flujo en sangre.)
- Osborne Reynolds: (Irlanda, 1842-1912, Estudió la transición entre flujo laminar y turbulento, desarrollando el número de Reynolds, clave para analizar el comportamiento del flujo sanguíneo.)

Ahora expondremos algunos ejemplos prácticos de mucha utilidad en análisis clínico donde la modelación matemática juega un papel fundamental.

### 1. Cálculo del flujo sanguíneo en el corazón

El flujo sanguíneo (Q) se define como la cantidad de sangre que pasa por un punto en un tiempo determinado. Puede calcularse usando la siguiente fórmula básica:

$$Q = \frac{\nabla P}{R}$$

Donde:

Q: Flujo sanguíneo (mL/min o L/min)

$\Delta P$ : Diferencia de presión (mmHg)

R : Resistencia vascular (mmHg·min/L)

### 2. Flujo sanguíneo coronario

Supongamos que queremos calcular el flujo de sangre a través de las arterias coronarias.

Datos conocidos:

- Presión en la aorta ( $P_a$ ) = 100 mmHg
- Presión en la aurícula derecha ( $P_v$ ) = 5 mmHg
- Resistencia coronaria total ( $R$ ) = 20 mmHg·min/L

Cálculo

$$Q = \frac{(P_a - P_v)}{R} , \text{ donde } \nabla P = P_a - P_v$$

$$Q = \frac{(100-5)}{20} = 4.75(L/min)$$

El flujo coronario total es de 4.75 L/min, que representa aproximadamente el gasto cardíaco promedio de un adulto en reposo.

### 3. Ecuación de Fick

El flujo total del corazón (gasto cardíaco) también puede calcularse mediante la ecuación de Fick:

$$Q = \frac{VO_2}{(C_aO_2 - C_vO_2)}$$

Donde:

$VO_2$ : Consumo de oxígeno (mL O<sub>2</sub>/min)

$C_aO_2$ : Contenido arterial de oxígeno (mL O<sub>2</sub>/L sangre)

$C_vO_2$ : Contenido venoso de oxígeno (mL O<sub>2</sub>/L sangre)

Ejemplo con valores típicos:

$VO_2 = 250$  mL/min

$C_aO_2 = 200$  mL/L

$C_vO_2 = 150$  mL/L

$$Q = \frac{250}{(200-150)} = 5(L/min)$$

Este valor corresponde al gasto cardíaco normal de un adulto en reposo.

- Adolf Eugen Fick: (Alemania, 1829–1901, Formuló la ley de Fick sobre la difusión y aplicó principios físicos para medir el flujo sanguíneo mediante el método de Fick.)

## Limitaciones y futuras direcciones en la modelación matemática del flujo sanguíneo

La modelación matemática del flujo sanguíneo ha avanzado mucho, pero aún enfrenta limitaciones importantes: la representación fiel de la no-Newtonianidad de la sangre y de la interacción fluido-estructura con paredes vasculares complejas, la escasez y el ruido de datos clínicos para calibrar modelos paciente-específicos, el coste computacional de simulaciones multiescala (desde arterias grandes hasta microcirculación) y la validación experimental o clínica insuficiente. Como direcciones futuras se vislumbran la integración robusta de datos de imagen y hemodinámica mediante técnicas de asimilación y aprendizaje automático para obtener modelos adaptativos y en tiempo real; el desarrollo de modelos reducidos y de orden reducido que conserven la precisión física pero permitan aplicaciones clínicas; el acoplamiento más estrecho entre modelos hemodinámicos y procesos

biológicos (remodelación vascular, trombosis, señales celulares); y el uso sistemático de cuantificación de incertidumbres y verificación/validación para aumentar la confianza clínica. En conjunto, el campo avanza hacia modelos más multiescala, multimodal y verificables, que aspiran a ser útiles en diagnóstico y planificación terapéutica.

## **CONCLUSIONES**

La modelación matemática del flujo sanguíneo en las arterias es una herramienta crucial para comprender la dinámica de la circulación y sus implicaciones en la salud humana. A través de la formulación y simulación de modelos, es posible predecir el comportamiento del flujo en diferentes condiciones fisiológicas y patológicas. Ejemplos de modelos matemáticos, como el flujo laminar en grandes arterias y el flujo turbulento en bifurcaciones arteriales, ilustran cómo las características del flujo pueden ser descritas con precisión a partir de principios fundamentales de la mecánica de fluidos.

Los modelos matemáticos permiten la personalización de tratamientos médicos, la mejora de procedimientos quirúrgicos y la optimización de dispositivos médicos, como los stents. Sin embargo, aún existen desafíos en la modelación del flujo sanguíneo, como la inclusión de la variabilidad individual, la interacción de los factores biomédicos y los efectos de las enfermedades en las propiedades del fluido.

A medida que se avanza en la investigación en este campo, los modelos matemáticos seguirán siendo una herramienta invaluable para el desarrollo de tratamientos más efectivos y precisos en la medicina cardiovascular.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. Stewart, James. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. Editorial Félix Varela. La Habana. 2006. Cuba.
2. Stewart, James. Calculo con trascendentes tempranas. Pare 1,2,3,4. Editorial Félix Varela. La Habana. 2006. Cuba.
3. Sánchez, M. La evaluación del aprendizaje de los estudiantes. DOI: <http://doi.org/10.22201/codeic.16076079e.2018.v19n6.a1>. UNAM, MEXICO.2018.
4. Roldan Inguanzo, Rita. Matemática II para especialidades de Ciencias Naturales. Editorial Félix Varela. La Habana. Cuba.2004.ISBN:959-258-618-7.
5. Resolución 47/2022/ MES.
6. R. M. Nerem, "Biomechanics of arterial disease and the effects of mechanical forces on endothelial cells," Annals of Biomedical Engineering, vol. 33, no. 2, pp. 141-148, 2005.
7. Ortega, R. A, Sánchez, O. . "Importancia del cálculo diferencial en la formación básica del Licenciado en Tecnología de la Salud". Fórum de base. Facultad Tecnología de la Salud. UCM Villa Clara.2021

8. Ortega Díaz, Ramón Abel. Sánchez Gonzales, Odalis. La evaluación de la matemática en carreras de perfil biológico usando la resolución de problemas .Edumeholguin 2022. UCM Holguín. Cuba.
9. Ortega Díaz, Ramón Abel. Sánchez Gonzales, Odalis. Funciones de crecimiento de aplicación en carreras universitarias de perfil biológico. Facultad de Enfermería y Tecnología de la Salud. UCM. MINSAP. Santa Clara.2023.
10. Ortega Díaz, Ramón Abel. Sánchez Gonzales, Odalis. La interdisciplinariedad en la resolución de problemas con aplicación matemática. Facultad de Enfermería y Tecnología de la Salud. UCM. MINSAP. Santa Clara.2022.
11. O. C. Ibeneme, M. A. Wesseling, "The Role of Mathematical Modeling in Arterial Blood Flow and Its Implications for Cardiovascular Diseases," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 17, no. 3, pp. 231-243, 2021.
12. Lamanier, S, R. Matemática. Licenciatura en tecnología de la salud. Editorial Ciencias Médicas. Habana. Cuba.2017.
13. L. S. Rios, M. J. M. Thaysen, "The Effect of Aneurysms on Blood Flow and Arterial Mechanics," *Medical Engineering & Physics*, vol. 28, no. 4, pp. 381-389, 2010.
14. L. Hsu, S. L. Lee, "Mathematical modeling of blood flow in the arterial system," *Journal of Biomechanics*, vol. 42, no. 3, pp. 352-359, 2009.
15. Krasnov, M.L. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Editorial Mir. Moscú. 1987.
16. Kiviste, A. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Faculty of Forestry Estonian Agricultural University. Estonia. Madrid 2002.
17. J. H. Kaul, "Mathematical Models of Blood Flow: Applications in Cardiovascular Disease," *Annals of Computational Biology*, vol. 16, pp. 95-105, 2017.
18. Herrera Batista, Aleida. Morfofisiología, Tomo I. ECIMED. Editorial Ciencias Médicas. La Habana 2015.

## **CONFLICTOS DE INTERESES**

La ponencia presentada al evento no presenta conflicto de intereses en relación a la investigación descrita.

## **CONSIDERACIONES ÉTICAS**

La investigación estuvo sujeta a normas éticas que facilitaron promover y asegurar el respeto de todos los contribuyentes en el estudio (profesores y estudiantes) de modo que se respetaron sus criterios/opiniones y derechos individuales, para poder crear nuevos conocimientos sin quebrantar los principios éticos de la camaradería y privacidad de la información personal, de todos los participantes en la investigación.